МАЗМҰНЫ

Кіріспе

Тақырып өзектілігі: Ғылым мен техниканың қарқынды дамуы және әлеуметтік экономикалық өзгерістер жас ұрпақты тәрбиелеуге жаңаша көзқараспен қарауды талап етуде. Бұл әрбір адамның психикалық, жеке тұлғалық қасиеттерін дамытуға мүмкіндік беретін жаңа жағдайлар құруды қажет етеді.

Осыған байланысты қазіргі педагогика ғылымы оқушылардан белгілі бір білім жүйесін терең меңгеруін талап етіп қана қоймастан, олардың әрқайсысының шығармашылық қабілетін дамытуды талап етіп отыр. Ол үшін математиканың негізгі бөлімдерінің бірі бөлшектерді оқытудың тиімді әдістерін қарастырған жөн.

Курстық жұмыстың мақсаты: бөлшектердің және оның түрлерінің қолданылуын жан-жақты қарастыру болып табылады. Ғылыми жұмыста негізгі қамтылған мәселелер де осы бөлшектердің қолданысы мен оның өмірдегі маңызы және тарихына шолу жасау болып табылады.

Курстық жұмыстың міндеттері:

- Тақырып бойынша теориялық мағлұматтарды жинақтау;
- Мектеп математикасы курсында бөлшек тақырыбының қарастырылуына әдістемелік талдау жасау;
- Оқушылардың бөлшектерге қатысты есептерді шешуде білім-дағдыларын қалыптастырудың әдістемелік жүйесін құру.

1 Бөлшек

Бөлшек арифметикада — бірліктің (бір бүтіннің) бір не бірнеше тең үлестерінен құралған сан. Ол m/n белгісімен өрнектеледі, мұндағы m — бөлшектің алымы, ол бірліктен алынған үлес санын көрсетеді, ал n — бөлшектің бөлімі, ол бірліктің тең бөлікке бөлінгендігін көрсетеді. Бір санды екінші санға бөлгеннен шығатын сан бөлінді деп аталады. Алымы бөлімінен кіші бөлшек дұрыс бөлшек деп, ал алымы бөліміне тең не одан үлкен бөлшек бұрыс **бөлшек** деп аталады. Бөлімі 10 санының бүтін дәрежесі болатын бөлшек ондық бөлшек деп аталады. Ондық бөлшек бөлімсіз жазылады. Оның бөлімінде қанша нөл болса, алымының оң жағынан сонша цифр (орын) үтір арқылы ажыратылады. Бөлшек туралы алғашқы түсінік ежелгі Вавилонның ескілікті жазуларында кездеседі. Бірлікті 60 және 3600 = 602 үлеске бөлу әдісі қазіргі кезге дейін сақталған. Мысалы, сағат не градус 60 минутқа, ал әрбір минут 60 секундқа бөлінеді. Бөлшекке амалдар қолдану әдісі Мысырдағы Ахмес папирусында (б.з.б. 2000 — 1700 ж.) кездеседі. Онда бөлшекті түрінде ғана болады деп есептеп, кез келген бөлшекті өзара тең бөлшектердің қосындысы түрінде жазуды ұсынған. Бөлшектің осы заманғы белгіленуі ежелгі үнділерде пайда болған. "Бөлшек" термині Еуропаға 1202 жылы арабтардан Леонардо Пизанскийдің еңбегі арқылы енген. Бөлшек туралы алғашқы түсінік ежелгі Вавилонның ескілікті жазуларында кездеседі. Бөлшекке амалдар қолдану әдісі Мысырдағы Ахмес папирусында (б.з.б. 2000 — 1700 ж.) кездеседі. Онда бөлшекті түрінде ғана болады деп есептеп, кез келген бөлшекті өзара тең бөлшектердің қосындысы түрінде жазуды ұсынған. Бөлшектің осы заманғы белгіленуі ежелгі үнділерде пайда болған. "Бөлшек" термині Еуропаға 1202 жылы арабтардан Леонардо Пизанскийдің еңбегі арқылы енген.

Бөлімдері бірдей жай бөлшектерді қосқанда, олардың алымдары қосылып, бөлімдері өзгеріссіз қалады:

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}$$

Бөлшектердің алымында да, бөлімінде де көбейткіштердің ондық бөлшек түрінде берілсе, оларды бүтін сан түріне келтіріп қысқартуға болады.

Ол үшін:

1) бөлшектің алымындағы ондық таңбалар санын және бөліміндегі ондық

таңбалар санын және бөліміндегі ондық таңбалар санын жеке - жеке есептеу керек;

2) табылған ондық таңбалардың ең көп санындай нөлдері бар разряд бірліктеріне бөлшектің алымын да, бөлімін де көбейту керек. Сол кезде бөлшектің алымындағы да, бөліміндегі де ондық бөлшектің орнына бүтін сан көбейткіштер шығады;

3) бөлшектерді қысқарту ережесі бойынша қысқартылады.

Мысалы:

$\frac{-4.5\cdot0.16\cdot2.1}{0.4\cdot0.7\cdot0.9}$ бөлшегін қысқарту үшін бөлшектің алымында төрт ондық таңба, бөлімінде үш ондық таңба бар, онда бөлшектің алымын да, бөлімін де төрт нөлі бар разряд бірлігіне көбейту керек.

Сонда

$$\frac{-4.5\cdot0.16\cdot2.1\cdot10000}{0.4\cdot0.7\cdot0.9\cdot10000} = -\frac{45\cdot16\cdot21}{4\cdot7\cdot90} = -6$$

Есептеулер үшін жай бөлшекпен есептеуден гөрі ондық бөлшекпен есептеу жеңіл де, ыңғайлы да. Сондықтан көбінесе жай бөлшек ондық бөлшекке айналдырылып есептеледі.

Жұмыс 3 бөлімнен тұрады. Кіріспе, негізгі бөлім және қорытынды берілген. Негізгі бөлім 5 бөлімнен тұрады. 1-бөлімде бөлшек ұғымы, бөлімдері бірдей бөлшектердің қосындысы мен айырымы туралы айтылады. 2-бөлімде бөлімдері әр түрлі бөлшектерді қосу, азайту, көбейту және бөлшекке бөлу туралы айтылса, 3-бөлімде бөлшек–рационал теңдеуді шешу, 4-бөлімде жай бөлшектің ондық жуықтауы туралы, ал 5-бөлімде периодты бөлшектер мәлімет беріледі. Қорытындыда жүргізілген зерттеу жұмысының негізгі нәтижелері тұжырымдалған. Сонымен қатар пайдаланылған әдебиеттер тізімі берілген.

Бөлімдері бірдей бөлшектердің қосындысы мен айырымы

Бөлімдері бірдей жай бөлшектерді қосқанда, олардың алымдары қосылып, бөлімдері өзгеріссіз қалатынын жақсы білеміз:

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}$$

Бөлімдері бірдей рационал бөлшектер де осы сияқты қосылады

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \qquad (1)$$

(1) теңбе – теңдікті дәлелдейік. $\frac{a}{c}=m$ және $\frac{b}{c}=n$ болсын. Онда $a=cm$ және $b=cn$ болады. Осыдан $a+b=cm+cn=c(m+n)$. $c\neq 0$ болғандықтан, $\frac{a+b}{c}=m+n$.

Екінші жағынан, $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=m+n$, яғни $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=m+n=\frac{a+b}{c}$.

Осы сияқты кез келген $\frac{a}{c}$ және $\frac{b}{c}$ бөлімдері бірдей бөлшектері үшін

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c} \qquad (2)$$

теңбе- теңдік орындалады. Шынында да,

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{(-b)}{c}=\frac{a+(-b)}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Сонымен, бөлімдері бірдей рационал бөлшектерді қосу үшін олардың алымдарын қосып, бөлімін өзгеріссіз қалдыру керек.

Бөлімдері бірдей рационал бөлшектерді азайту үшін бірінші бөлшектің алымынан екінші бөлшектің алымын азайтып, бөлімін өзгеріссіз қалдыру керек.

1-мысал. $\frac{3a-7b}{15ab}$ және $\frac{2a+2b}{15ab}$ бөлшек өрнектерін қосайық.

Шешуі:

$$\frac{3a-7b}{15ab}+\frac{2a+2b}{15ab}=\frac{3a-7b+2a+2b}{15ab}=\frac{5a-5b}{15ab}=\frac{5(a-b)}{15ab}=\frac{a-b}{3ab}$$

Бөлшектердің алымындағы және бөліміндегі көбейткіштер ондық бөлшек түрінде берілсе, оны бүтін санға келтіріп қысқарту тәсілі

Бөлшектердің алымында да, бөлімінде де көбейткіштердің ондық бөлшек түрінде берілсе, оларды бүтін сан түріне келтіріп қысқартуға болады.

Ол үшін:

1)бөлшектің алымындағы ондық таңбалар санын және бөліміндегі ондық

таңбалар санын және бөліміндегі ондық таңбалар санын жеке - жеке есептеу керек;

2) табылған ондық таңбалардың ең көп санындай нөлдері бар разряд бірліктеріне бөлшектің алымын да, бөлімін де көбейту керек. Сол кезде бөлшектің алымындағы да, бөліміндегі де ондық бөлшектің орнына бүтін сан көбейткіштер шығады;

3) бөлшектерді қысқарту ережесі бойынша қысқартылады.

Мысалы:

$\frac{-4,5\cdot 0,16\cdot 2,1}{0,4\cdot 0,7\cdot 0,9}$ бөлшегін қысқарту үшін бөлшектің алымында төрт ондық таңба, бөлімінде үш ондық таңба бар, онда бөлшектің алымын да, бөлімін де төрт нөлі бар разряд бірлігіне көбейту керек.

Сонда

$$\frac{-4,5\cdot 0,16\cdot 2,1\cdot 10000}{0,4\cdot 0,7\cdot 0,9\cdot 10000} = \frac{45\cdot 16\cdot 21}{4\cdot 7\cdot 90} = -6$$

Бөлшектердің алымындағы және бөліміндегі көбейткіштер жай бөлшек және ондық бөлшек бүтін санға айналдырып қысқарту тәсілі

Бұл тәсіл бойынша:

1) берілген бөлшектегі жай бөлшек көбейткіштердің бөлімдерінің ең кіші ортақ еселігі болатын санды табу керек;

2) берілген бөлшектегі ондық бөлімдерді көбейткенде оларды бүтін санға айналдырып разряд бірліктерін табу керек;

3) берілген бөлшектің алымын да, бөлімін де табылған ең кіші ортақ еселікке және разряд бірліктеріне көбейту керек;

4) алымын да, бөлімін де бүтін сан көбейткіштері бар бөлшекті қысқартуды орындау керек.

Мысалы:

$$\frac{\left(-3\frac{1}{7}\right)\cdot 0.35\cdot(-0.8)}{(-1.6)\cdot 0.5\cdot 1\frac{1}{6}}=\frac{-\left(\frac{22}{7}\right)\cdot 0.35\cdot(-0.8)\cdot 42\cdot 1000}{\left(-1.6\cdot 0.5\cdot\frac{7}{6}\right)\cdot 42\cdot 1000}=\frac{\left(\frac{22}{7}\cdot 42\right)\cdot(0.35\cdot 0.8)\cdot 1000}{(-1.6\cdot 0.5)\cdot 1000\cdot\left(\frac{22}{7}\cdot 42\right)}=$$

$$=\frac{132\cdot 35\cdot 8}{(-16)\cdot 50\cdot 49}=-\frac{33}{35}$$

2 Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді қосу және азайту

Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді қосу үшін, алдымен оларды ортақ бөлімге келтіріп, сонан соң (1) формула бойынша қосады. Бөлімдері әр түрлі рационал бөлшектерді де осы сияқты қосады:

Бөлімдері әр түрлі рационал бөлшектерді қосу үшін оларды ортақ бөлімге келтіріп, сонан соң бөлімдері бірдей бөлшектер сияқты қосады

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}. \qquad (3)$$

(3) теңбе - теңдіктің дәлелдеуі $b \neq 0,\ d \neq 0$ болғандықтан, бөлшектердің негізгі қасиеті бойынша:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{cb}{db}=\frac{ad+bc}{bd}$$

Бөлімдері әр түрлі рационал бөлшектерді осы сияқты азайтады.

Бөлімдері әр түрлі рационал бөлшектерді азайту үшін олардың ортақ бөлімге келтіріп, сонан соң бөлімдері бірдей бөлшектерді азайту сияқты орындайды

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd} \qquad (4)$$

Бұл да, (3) формула сияқты дәлелденеді.

2 – мысал $\frac{x}{4a^3b}$ және $\frac{5}{6ab^2}$ бөлшектерінің қосындысын табайық.

Шешуі:

Бұл бөлшектердің бөлімдерін ортақ бөлімге, яғни $12a^3b^4$ түріне келтіреміз. Сонда

$$\frac{x}{4a^3b}+\frac{5}{6ab^2}=\frac{x\cdot 3b^3}{4a^3b\cdot 3b^3}+\frac{5\cdot 2a^2}{6ab^4\cdot 2a^2}=\frac{3xb^3}{12a^3b^4}+\frac{10a^2}{12a^3b^4}=\frac{3xb^3+10a^2}{10a^3b^4}$$

Бөлшектерді көбейту

$\frac{a}{b}$ және $\frac{m}{n}$ бөлшектерін көбейтуді

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}=\frac{a\cdot m}{b\cdot n} \qquad (5)$$

формуласы бойынша орындайды. Шынында да, $\frac{a}{b}=p,\frac{m}{n}=q$ болсын. Осыдан $a=bp, m=nq$ және $am=(bp)(nq)=(bn)(pq).b\neq 0,\ n\neq 0$ болғандықтан, $bn\neq 0$.

Онда $\frac{am}{bn}=pq$.

Екінші жағынан, $\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}=pq$, яғни (1) теңбе – теңдіктің орындалатынын байқадық.

Рационал бөлшектерді көбейту үшін, олардың алымдарының көбейтіндісін алымына, ал бөлімдерінің көбейтіндісін бөліміне жазу керек.

Мысал. $\frac{\text{[illegible]}}{4b^2}$ және $\frac{6b}{a^2}$ рационал бөлшектерін көбейту керек

Шешуі: $\frac{a^2}{4b^2}\cdot\frac{6b}{a^2}=\frac{a^2\cdot 6b}{4b^2\cdot a^2}=\frac{3a}{2b}$

Бөлшекті бөлшекке бөлу

$\frac{a^2}{4b^2}$ бөлшек өрнегін $\frac{6b}{a^2}$ бөлшек өрнегіне бөлуді мына формула бойынша орындайды:

$$\frac{a}{b}:\frac{m}{n}=\frac{a}{b}\cdot\frac{n}{m}=\frac{a\cdot n}{b\cdot m} \qquad (6)$$

яғни бір рационал бөлшекті екінші рационал бөлшекке бөлу үшін бірінші бөлшекті екінші бөлшекке кері бөлшекке көбейту керек.

(1) формуланың дәлелдеуі: $\frac{a}{b}=p, \frac{m}{n}=q$ болсын. Онда $\frac{n}{m}=\frac{1}{q}$.

Сондықтан (1) формула бойынша $\frac{an}{bm}=\frac{a}{b}\cdot\frac{n}{m}=p\cdot\frac{1}{q}=\frac{p}{q}$. Мұнда $b\neq 0$, $n\neq 0$, $m\neq 0$, $q\neq 0$ теңсіздіктері ескеріледі. Екінші жағынан, $\frac{a}{b}:\frac{m}{n}=p:q=\frac{p}{q}$, яғни (2) формула орындалады.

3 – мысал $\frac{7a^2}{b^2}$ бөлшегін $\frac{14a}{b}$ бөлшегіне бөлу қажет.

Шешуі: $\frac{7a^2}{b^2}:\frac{14a}{b}=\frac{7a^2}{b^2}\cdot\frac{b}{14a}=\frac{7a^2 b}{b^2 14a}=\frac{a}{2b}$

3 Бөлшек – рационал теңдеуді шешу

Теңдеудің екі жағы да рационал өрнектер болса, ондай теңдеуді *рационал теңдеу* деп атайды. Теңдеудің екі жағы да бүтін рационал өрнек болса, онда ол бүтін рационал теңдеу теңдеу, ал теңдеуде рационал өрнек бар болса, ол *бөлшек – рационал теңдеу* деп аталады. Мысалы:

$2x - 4 = 2x(8 - x)$ – бүтін рационал теңдеу;

$x - \frac{5}{x} = -3x + 19$ – бөлшек – рационал теңдеу;

$\frac{x-4}{2x+1} = \frac{x-9}{x}$ – бөлшек – рационал теңдеу болады.

Бөлшек – рационал теңдеуді шешу тәсілін қарастырайық. Мысалы: мына теңдеуді шешейік:

$$2 - \frac{x-7}{x-5} = \frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{1}{x}.$$

Теңдеуге енген бөлшектердің ортақ бөлімін тауып, оның барлық мүшелерін сол ортақ бөлімге көбейтіп, бүтін рационал теңдеу аламыз. Ортақ бөлім - $x(x-5)$, мұнда $x \neq 0$ және $x \neq 5$ деп есептеледі.

$2x(x-5) - x(x-7) = x + 5 - (x-5)$ бұдан $x^2 - 3x - 10 = 0$. Осы теңдеуді шешіп, оның түбірлерін табамыз: $x_1 = -2$ және $x_2 = 5$. Мұндағы 5 саны бөлшек бөлімін нөлге айналдыратын болғандықтан, ол түбір емес, берілген теңдеудің түбірі - 2 саны болады.

Бөлшек – рационал теңдеуді шешкенде, әдетте келесі операцияларды орындау тиімді келеді:

1) теңдеуге енген бөлшектердің ортақ бөлімін табу;

2) берілген теңдеудің екі бөлігін де сол ортақ бөлімге көбейтіп, бүтін теңдеу шығарып алу;

3) осы шыққан теңдеуді шешу;

4) оның түбірлерін ортақ бөлімге 0-ге айналдыратын түбірлерден арылту керек.

4 Жай бөлшектің ондық жуықтауы

Есептеулер үшін жай бөлшекпен есептеуден гөрі ондық бөлшекпен есептеу жеңіл де, ыңғайлы да. Сондықтан көбінесе жай бөлшек ондық бөлшекке айналдырылып есептеледі.

Бөлімдерінде 2 және 5 сандарынан басқа жай көбейткіштері бар қысқармайтын жай бөлшектің шектеусіз периодты ондық бөлшекке айналатыны белгілі. Есептеулер ықшам болуы үшін шектеусіз ондық бөлшектің жуық мәнін таба білу керек. Жуықтауда ондық таңбалар неғұрлым көп болса, соғұрлым шыққан сан дәлірек болады.

Берілген жай бөлшектің шектеусіз ондық бөлшегін дөңгелектеуден алынған ондық бөлшекті, сол жай бөлшектің ондық жуықтауы деп атайды.

Мысалы:

$\frac{7}{15} = 0,4(6)$. Осы бөлшектің ондық жуықтауын жазайық;

$\frac{7}{15} \approx 0,5$ (ондық үлестерге дейін дөңгелектенген);

$\frac{7}{15} \approx 0,47$ (жүздік үлестерге дейін дөңгелектенген);

$\frac{7}{15} \approx 0,467$ (мыңдық үлестерге дейін дөңгелектенген);

Мұндағы 0,5; 0,47 және 0,467 - берілген $\frac{7}{15}$ жай бөлшегінің ондық жуықтаулары.

Есептеулерде шектеусіз ондық бөлшектің кемімен ондық жуықтауы немесе артығымен ондық жуықтауыпайдаланылады.

1 – мысал. Бір тетік дайындау үшін 11 г құйма керек. 50 г құймадан неше тетік дайындалады?

50 г құймадан неше тетік дайындалатынын табу үшін: $\frac{50}{11} = 4,(54)$. Демек, 50 г құймадан 4 тетік қана дайындалады. Бұл жағдайда 4,(54) периодты ондық бөлшегінің бірліктерге дейін кемімен ондық жуықтауы алынды.

Шектеусіз ондық бөлшекті кемімен ондық жуықтауда, оның жуықтауға тиісті үлестер разрядынан кейінгі цифрлары алынып тасталынады.

2 – мысал.

$\frac{1}{6} = 0,1(6)$ ондық бөлшегінің кемімен ондық жуықтауын жазайық:

$\frac{1}{6} \approx 0,1$ (ондық үлестерге дейінгі кемімен жуықтауы);

$\frac{1}{6} \approx 0,16$ (жүздік үлестерге дейінгі кемімен жуықтауы);

$\frac{1}{6} \approx 0,166$ (мыңдық үлестерге дейінгі кемімен жуықтауы).

3 – мысал. Ұшақта 150 жолаушы орындары бар. Ұшуға тиісті жолаушылар саны 410. Жолаушылардың барлығын тасымалдау үшін осындай неше ұшақ қажет?

Жолаушылардың барлығын тасымалдау үшін $\frac{410}{150} = 2,7(3)$ ұшақ қажет. Демек, 2 ұшақтан 110 адам ауысып қалады. Онда барлық жолаушыларды тасымалдау үшін 3 ұшақ керек. Бұл жағдайда $2,7(3)$ периодты ондық бөлшегінің бірліктерге дейін артығымен ондық жуықтауы алынды.

Шектеусіз ондық бөлшекті артығымен ондық жуықтауда, ондық жуықтауға тиісті соңғы үлес разряды 1 – ге арттырылып алынады.

4 – мысал.

$\frac{2}{3} = 0,(6)$ бөлшегінің артығымен ондық жуықтауын жазайық:

$\frac{2}{3} \approx 0,7$ (ондық үлестерге дейінгі артығымен ондық жуықтауы);

$\frac{2}{3} \approx 0,67$ (жүздік үлестерге дейінгі артығымен ондық жуықтауы);

$\frac{2}{3} \approx 0,667$ (мыңдық үлестерге дейінгі артығымен ондық жуықтауы).

Шектеусіз ондық бөлшектерді дөңгелектегенде алынып тасталынатын бірінші цифр: 0,1,2,3,4 болса, дөңгелектеу нәтижесі кемімен ондық жуықтау болады. Шектеусіз ондық бөлшектерді дөңгелектегенде алынып тасталынатын бірінші цифр: 5,6,7,8,9 болса, дөңгелектеу нәтижесі артығымен ондық жуықтау болады.

Периодты бөлшектермен әртүрлі амалдар орындай отырып, олардың кейбіреулерінде ортақ қасиет орындалатыны байқалды және құпияның түп тамырын іздеуде біз, оқушылар біраз қызықты нәрселерге жолықтық, беттері ашылмай шаң басқан біраз кітаптардың бетін аштық.

Мынадай3 мысалдықарастырып көрейік.

$\frac{1}{7}$ =0,142857142857...,

$\frac{1}{12}$ =0,8333333333...,

$\frac{1}{13}$ =0,076923076923...,

Біз көріп тұрғандай, 1/7 және 1/13 бөлшектерінің периодтары бірден үтірден кейін басталады және алты саннан тұрады (142857 және 076923), ал 1/12 бөлшегінде үшіншісінен басталады және жалғыз 3 цифрынан тұрады. Зер сала қарап, талқыласақ, кейін тағы бір жағдайды көруге болады N=142857 (1/7 бөлшегінің периоды) деп алып, оны 2,3,4,... сандарына көбейтіп көрейік:

N2 =285714, N3 =428571,

N4 =571428, N5 =714285,

N6 =857142, N7 =999999.

Біз көріп тұрғандай, алдыңғы бесеуі N санының цифрларын «шеңбер бойы алмастыруы» арқылы жасалған санның соңындағы бірнеше цифры алға қарай көшеді; ал 7N бірыңғай тоғыздықтардан тұрады. Енді тура соны 1/13 бөлшегінің периодына жасап көрейік (N=076923):

N2=153846, N3=230769,

N4=307692, N5=384615,

N6=461538, N7=538461,

N8=615384, N9=692307,

N10=769230, N11=846153,

N12=923076, N13=999999.

Бұл жерде сәл өзгешелеу, бірақ бәрібір қызықты, жазылғандардың бесеуі (3N, 4N, 9N, 10N, 12N) N санының цифрларының орындарын алмастыру арқылы жасалады, ал басқа алтауы (2N, 5N, 6N, 7N, 8N, 11N) бір-бірінен шеңбер бойы алмастыру арқылы жасалады да, аяғында 13N бірыңғай тоғыздықтардан жасалады.

Тағы да мынаны байқауға болады. Егер жоғарыда жазылып кеткен алты таңбалы сандардың 999999 санынан өзге кез - келгенін алсақ, және тең ортасынан бөліп, әрқайсысыларын бір-біріне қоссақ 999 саны шығады;

мысалы, 142+857=999 және т.б.

Көріп тұрғандай, периодтық бөлшектердің көптеген сырлары бар. Олардың көбі әлі жұмбақ күйінде. Жоғарыда айтылған қасиеттің сырын ашып көрелік.

1-теорема. Егер m натурал саны 2-ге де, 5-ке де бөлінбесе, $\frac{1}{m}$ -ге тең ондық бөлшектің периоды бірден үтірден соң басталады. Оның периодтың ұзындығы n тоғыздықтан құралған сан m -ге бөлінетіндей ең кіші n -ге тең. Ал периодың өзі тоғыздықтардан құралған санның m -ге бөлгендегі m - таңбалы сан ретінде жазылған бөліндіге тең(басында нөлдері болуы мүмкін).

Салдар:

1. Егер m 2, 3, 5-ке бөлінбесе, $\frac{1}{m}$ -ге тең ондық бөлшектің периоды 9-ға бөлінеді.

2. Егер p мен q- өзара жай сандар болса, $\frac{p}{q}$ ондық бөлшегінің периодының ұзындығы $\frac{1}{q}$ бөлшегінің ұзындығымен бірдей болады.

3. Егер q-3-ке бөлінбесе, p-ның кезкелген мәнінде $\frac{p}{q}$ -ге тең ондық бөлшектің периоды 9-ға бөлінеді.

I. TABLE

de fractions, dont les diviseurs sont des nombres premiers, réduites en décimales périodiques.

$1 : D =$	$0 + (10^\delta - 1) : D \times 10^\delta + (10^\delta - 1) : D \times 10^{2\delta} + \&c.$ donc	δ ou $(D-1)$
$1 : 3 =$	0,3 &c.	$1 = (3-1) : 2$
$1 : 7 =$	0,142857	$6 = (7-1) : 1$
$1 : 11 =$	0,09	$2 = (11-1) : 5$
$1 : 13 =$	0,076923	$6 = (13-1) : 2$
$1 : 17 =$	0,0588235294117647	$16 = (17-1) : 1$
$1 : 19 =$	0,052631578947368421	$18 = (19-1) : 1$
$1 : 23 =$	0,0434782608695652173913	$22 = (23-1) : 1$
$1 : 29 =$	0,0344827586206896551724137931	$28 = (29-1) : 1$
$1 : 31 =$	0,032258064516129	$15 = (31-1) : 2$
$1 : 37 =$	0,027	$3 = (37-1) : 12$
$1 : 41 =$	0,02439	$5 = (41-1) : 8$
$1 : 43 =$	0,023255813953488372093	$21 = (43-1) : 2$
$1 : 47 =$	0,0212765957446808510638297872340425531914 893617	$46 = (47-1) : 1$
$1 : 53 =$	0,0188679245283	$13 = (53-1) : 4$
$1 : 59 =$	0,0169491525423728813559322033898305084745 7627118644067796 61	$58 = (59-1) : 1$
$1 : 61 =$	0,016393442622950819672131147540983606557 377049180327868852459.	$60 = (61-1) : 1$
$1 : 67 =$	0,014925373134328358208955223880597	$33 = (67-1) : 2$

Pp 2

5 Периодты бөлшектер

2-теорема. Егер р - 2 мен 5-тен өзгеше жай сан болса, $\frac{1}{p}$ бөлшегінің периодының ұзындығы $p-1$ санының бөлгіші болады.

Дәлелдемесі. 1-теорема бойынша период ұзындығы дегеніміз-n тоғыздықтан тұратын сан p-ға бөлінетіндей n-ның ең кіші мәні және сонымен қоса, Ферманың кіші теоремасы бойынша $10^{p-1}-1$ саны, яғни $p-1$ тоғыздықтан тұратын сан p-ға бөлінеді. Бізге $p-1$ санының n-ге бөлінетінін дәлелдеу керек.

$n=p-1$ жағдайын дәлелдеуді қажет етпейді.

$n<p-1$ болсын делік. $p-1$ және n тоғыздықтан тұратын сан p-ға бөлінеді; олардың екіншісін ($p-1$)-таңбалы санға дейін нөлдермен толтырып, пайда болған екі санның айырмасын табайық.

$$\begin{array}{r} -\,999\ldots99999\ldots999 \\ \underline{999\ldots99000\ldots000} \\ 999\ldots999 \end{array}$$

Бұл сан $p-1-n$ тоғыздықтан тұрады және ол да p-ға бөлінеді. Тағы да тура сондай айырманы орындағаннан соң, $p-1-2n$, $p-1-3n$, т.с.с. тоғыздықтан тұратын сандардың да p-ға бөлінетіндігін аламыз. Ең соңында тоғыздықтар саны n-нан аз санды аламыз. Мұнда екі мүмкіндік бар: сан не нөл болады (бізге қажетті $p-1$ санының n-ге бөлінетіндігін көрсетеді), не бұл санда тоғыздықтар саны 0-ден үлкен, ал n-нан аз болады. Екінші мүмкіндік n-ның р-ға бөлінетін тоғыздықтардан құралған санның ең кіші мүмкін мәні екендігіне қайшы келеді. Теорема дәлелденді.

$L(m)$ арқылы $\frac{1}{m}$ бөлшегінің периодының ұзындығын белгілейік. Біз

p-жай сан болса, $L(p)$ $p-1$ санының бөлгіші болатындығын дәлелдедік. И.Бернуллидың кестесіне қарай отырып, $L(3)=1, L(7)=6, L(13)=6, L(17)=16, L(31)=15, L(41)=5$ т.б

$\frac{1}{p}$ бөлшегінің периодының ұзындығы мен p- ның арасындағы байланыс бойынша барлық жай сандарды 3 топқа бөлуге болады

1. Периодының ұзындығы бөлшек бөлімінен 1-ге кем болатын «толық периодты» жай сандар: $L(7)=6,\ L(17)=16,\ L(19)=18,\ L(23)=22,\ L(29)=28$, т.с.с.

2. Периодының ұзындығы тақ сан болатын «толық емес периодты» жай сандар: $L(3)=1, L(31)=15, L(37)=3,\ L(41)=5$, т.с.с.

3. Периодының ұзындығы жұп сан болатын «толық емес периодты» жай сандар: $L(11)=2,\ L(13)=6,\ L(73)=8,\ L(89)=44$, т.с.с

Тоғыздықтар құпиясы

Теорема:

q - 5-тен үлкен жай сан, ал $1 \le p \le q$ болсын. $\frac{p}{q}$ бөлшегінің периоды $2n$-таңбалы N саны болсын делік. Периодтың алғашқы n цифрынан құралған санды N_1 арқылы, ал соңғы n цифрынан құралған санды N_2 арқылы белгілейік.

Сонда $N_1 + N_2 = 999...999$ (n тоғыздық!) болады.

Дәлелдемесі.

Шарт бойынша,

$N = 10^n N_1 + N_2$, $\frac{p}{q} = \frac{N}{10^{2n} - 1}$.

Соған сәйкес

$$p(10^{2n} - 1) = Nq = (10^n - 1)N_1 q + (N_1 + N_2)q,$$

$(N_1 + N_2)q = (10^n - 1)((10^n + 1)p - N_1 q)$.

$2n$ дегеніміз- $10^k - 1$ саны q-ға бөлінетіндей, $10^n - 1$ саны q-ға бөлінбейтіндей k-ның ең кіші мәні болғандықтан, ал q жай сан болғандықтан, $10^n - 1$мен q өзара жай. Яғни $N_1 + N_2$ саны $10^n - 1$-ге бөлінеді. Ал N_1, N_2 сандарының екеуі де тоғыздықтардан тұратын n-таңбалы сандар. Яғни $N_1 + N_2 < 2(10^n - 1)$. Бұл теңсіздіктен бізге дәлелдеу қажет $N_1 + N_2 = 10^n - 1$ екендігі шығады.

Периодтыбөлшектердің тағыда бір қасиеті

$\frac{1}{7}$ бөлшегінің периодын қарастырайық: $N = 142857$. Оны квадраттап $N^2 = 20\ 408\ 122\ 449$), соңғы алты цифрды бөліп алып қалғанымен қоссақ,қайтадан бастапқы санды аламыз:

$20408 + 122449 = 142857$.

Тура осындай амалдарды $\frac{1}{17}$ бөлшегінің периодына жасап көрелік. $N = 0588235294117647$.

$N^2 = 0588235294117647^2 = 346020761245674671280276816609$

$4671280276816609 + 3460207612456 = 4705882352941176$.

Алғашқы мысалдардағыдай периодтың тура өзі шықпаса да, зер сала қарасақ, бұл сан бастапқы периодтың цифрларын шеңбер бойы алмастыру арқылы пайда болған.

Есеп.

Соңғы цифрларды басынан алына көшіргенде бүтін бірнеше санға көбейетін, барлық алты таңбалы санды табайық. Біз әдеттегідей, сан 0-ден басталмайды деп есептейміз. Есепті бұл болжамсыз да шығара аламыз, бірақ оның жауабы өте күрделі болады ол өзіне 000001, 000002, ..., 0000009, 000011, 000013,... сандарын енгізеді. Біз «көбею» сөзін нақты түсіне отырып, цифрларды көшіргенде санның өзгеріссіз қалу жағдайын болдырмауымыз керек, ондай болған жағдайда жауапқа 111111, 222222,..., 999999 сандары кіреді.

Шешуі A берілген санның соңғы цифры болсын және оны басына көшіргенде сан l есе көбейетін болсын. Сонда $1 \le 9, 2 \le 9$ болады. 4-ші теоремаға сәйкес біздің сан $\frac{A}{10l-1}$ болып табылады. Бұл бөлшектің бөлімі (қысқарғанға дейін) 19, 29, 39,... , 89 сандарының бірі болуы мүмкін; бір таңбалы санға қысқарғаннан кейін бөлімі 39 =13, 49 =7, 69 3=23 сандарына айналуы мүмкін. Бөлшектің периоды алты таңбалы болғандықтан, бөлімі $999999 = 33 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$ санының бөлгіші болу керек. (1-теорема).Осы қосымша 3 мүмкіндік қана қалдырады7, 13, 39. Сонымен l не 4-ке не 5-ке тең болуы мүмкін l =4 болғанда, бөлшек $\frac{A}{39}$ -ға тең, мұнда A = 4, 5,... , 9 (период 0-ден басталмайтындықтан, бөлшек 0,1-ден көп болуы керек). Мұнда бөлшектің периоды (025641- бөлшектің периоды) болып табылады. l =5 болғанда, бөлшек тең және 7-ге бөлінетін бір қана мүмкіндік болады периоды142857-ге тең.

Жауап: 102564, 128205, 142857, 179487, 205128, 230769.

Қорытынды

Менің бұл курстық жұмысымда «бөлшектерге амалдар қолдану» тақырыбын зерттедім. Осы жұмысты зерттей отырып бөлшектердің түрлерін және есеп шығару барысында оларға қолданатын амалдарды білдім.

Бөлшектердің алымындағы және бөліміндегі көбейткіштер жай бөлшек және ондық бөлшек бүтін санға айналдырып қысқарту тәсілі бойынша:

1) берілген бөлшектегі жай бөлшек көбейткіштердің бөлімдерінің ең кіші ортақ еселігі болатын санды табу керек;

2) берілген бөлшектегі ондық бөлімдердікөбейткенде оларды бүтін санға айналдырып разряд бірліктерін табу керек;

3) берілген бөлшектің алымын да, бөлімін де табылған ең кіші ортақ еселікке және разряд бірліктеріне көбейтукерек;

4) алымын да, бөлімін де бүтін сан көбейткіштері бар бөлшекті қысқартуды орындау керектігіне көз жеткіздім.

Бөлшектерге амалдар қолдануәдістемесін толық зерттедім.

Қолданылған әдебиеттер тізімі:

1.ҚосановБ.М. Қазақстандағы әдістемелік–математикалық ой пікірлердің қалыптасу тарихы –Алматы, 1991ж.

2. Алгебра және анализ бастамалары Алматы «Мектеп» 2006

3.Әбілқасымова А.Е. және басқалар (авторлар ұжымы). Алгебра, Геометрия, Алгебра және анализ бастамалары оқулықтары. – Алматы (2003-2007 жж.)

4.Қосанов Б.М.М. Дулатұлы есеп құралдары және олардың қазіргі мектептердегі маңызы.

5. site. www.maths.kz

6. uly – matematikter.dos.

7. http://kk.wikipedia.org